
INTRODUCCIÓN A LA PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA CON R

Alejandro Cholaquidis

Centro de Matemática
Facultad de Ciencias
Universidad de la República
Montevideo-Uruguay

Cholaquidis, Alejandro
Introducción a la probabilidad y estadística: con R / Alejandro Cholaquidis –
Montevideo : DIRAC, 2022.

240 p.
ISBN: 978-9974-0-1928-7

1. TEORÍA DE PROBABILIDADES 2. VARIABLES ALEATORIAS
3. ANÁLISIS DE VARIANZA 4. ESTADÍSTICA

I. Introducción a la probabilidad y estadística: con R

60-01

AMS-MSC2000

Los conceptos vertidos en los libros editados por la Facultad de Ciencias de la Universidad de la República son de responsabilidad de sus autores. Su publicación no implica que sean compartidos por las mencionadas instituciones.

Las erratas que hubiere se agradece comunicarlas al e-mail acholaquidis@hotmail.com.

Edición y maquetación: Alejandro Cholaquidis.
Asistencia en la edición y corrección: Gabriel Santoro.
Diseño de tapas: Flavio Pazos.

Publicado por
DIRAC – Facultad de Ciencias – Universidad de la República
Iguá 4225 – Tel.: (+598) 2525.1711
Montevideo 11400 – Uruguay
E-mail: dirac@fcien.edu.uy

© 2022 DIRAC – Facultad de Ciencias – Udelar



Prólogo

Este libro empezó como unas notas hechas para el curso de Estadística de la Licenciatura en Recursos Naturales de la Facultad de Ciencias, dictado en el departamento de Rivera en el año 2012. Han sido reescritas para el curso de 2013 y ampliadas para el curso de Bioestadística de la Facultad de Ciencias en los años sucesivos. Los ejemplos de datos simulados (sección 13.5) del capítulo de Regresión lineal fueron generados por Gabriel Illanes.

Varias personas han colaborado de diferentes formas aportando sus ideas y comentarios. Tuve, además, la suerte de que algunos colegas se tomaran el trabajo de revisar los capítulos. Quedo especialmente agradecido por esta labor a Laura Aspirot, Manuel Hernández, Gabriel Illanes, Ernesto Mordecki, Leonardo Moreno, Elisa Rocha y Andrés Sosa. Quiero agradecer, además, a mi madre que leyó todo el manuscrito; a todos los colegas con los que compartí el curso de Bioestadística en estos años, de los cuales aprendí muchísimo; a la innumerable lista de estudiantes que cursaron la materia, de los cuales también aprendí muchísimo, y, finalmente, al “Cacha” Ernesto Mordecki por sugerirme el contacto de Gabriel Santoro, jefe del sello editorial DIRAC de la Facultad de Ciencias, encargado de la publicación del presente libro.

Índice general

I Probabilidad

1. Conteo y nociones básicas de probabilidad	11
1.1. Conteo	11
1.2. Probabilidad: casos favorables sobre casos posibles	19
1.3. Probabilidad de la unión y del complemento	22
2. Probabilidad	25
2.1. Probabilidad condicional	25
2.2. Independencia	26
2.3. Fórmula de la probabilidad total	27
2.4. Fórmula de Bayes	30
3. Variables aleatorias discretas	33
3.1. Distribución binomial	33
3.2. Distribución geométrica	37
3.3. Distribución hipergeométrica	40
3.4. Modelo multinomial	44
3.5. Distribución de Poisson	45
4. Variables aleatorias continuas	49
4.1. Distribución uniforme	49
4.2. Distribución de una variable aleatoria	52
4.3. Densidad de una variable aleatoria	54
4.4. Distribución normal	57
4.5. Distribución exponencial	62
4.6. Distribución <i>chi-cuadrado</i> : χ_k^2	65
4.7. Distribución <i>T</i> de Student	67
4.8. Distribución de Fisher-Snedecor	68

5. Esperanza y varianza	71
5.1. Esperanza	71
5.2. Varianza	78
6. Teoremas límites	83
6.1. Variables aleatorias independientes	83
6.2. Covarianza y coeficiente de correlación	88
6.3. Ley Fuerte de los Grandes Números y T.C.L.	90
7. Vectores aleatorios	95
7.1. Introducción	95
7.2. Vectores aleatorios discretos y continuos	97
7.3. Densidad de la suma de variables continuas	104

II Estadística

8. Estimación	109
8.1. Introducción	109
8.2. Estimación de p en un modelo Bernoulli	110
8.3. Estimación de $\mathbf{E}(X)$ y $\mathbf{V}(X)$	113
8.4. Estimación del coeficiente de correlación	115
8.5. Estimación de la distribución de una variable aleatoria	116
8.6. Método de los momentos y de máxima verosimilitud	117
9. Estadística descriptiva	125
9.1. Función cuantil: cuantiles teóricos	125
9.2. Cuantiles empíricos y <i>boxplot</i>	129
9.3. <i>Q-Q plots</i>	131
10. Intervalos de confianza, pruebas de hipótesis	135
10.1. Intervalos de confianza para la esperanza	135
10.2. Pruebas de hipótesis	139
11. Pruebas de bondad de ajuste	153
11.1. Distancia de Kolmogorov	153
11.2. Prueba de Kolmogorov-Smirnov	156
11.3. Prueba de Lilliefors	159
11.4. Prueba χ^2 de Pearson	160

12. Testeo de aleatoriedad e independencia	167
12.1. Introducción	167
12.2. Test de Spearman	168
12.3. Prueba χ^2 de independencia: cuadro de contingencia	174
13. Regresión lineal	177
13.1. Mínimos cuadrados	177
13.2. Significación del modelo	189
13.3. Coeficiente de determinación	190
13.4. Ejemplo en R: datos reales	192
13.5. Ejemplos en R: casos simulados	196
14. Análisis de varianza	207
14.1. Estimación de los parámetros	208
14.2. Contraste de hipótesis para el modelo	210
14.3. Ejemplo en R	212
III Apéndice	
15.1. Nociones básicas de geometría en \mathbb{R}^d	217
15.2. Más sobre intervalos de confianza	218
15.3. Pruebas de hipótesis para datos normales	221
15.4. Más test de aleatoriedad	226
15.5. Regresión lineal: el caso general	229
15.6. Regresión lineal: hipótesis del caso general	231

